УДК 378.146

Александр Александрович НИКИТИН, академик Российской академии образования, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией Института педагогических исследований одаренности детей Российской академии образования, г. Новосибирск; e-mail: edusoft@ngs.ru

Александр Сергеевич МАРКОВИЧЕВ, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института педагогических исследований одаренности детей Российской академии образования, г. Новосибирск; e-mail: edusoft@ngs.ru

Юрий Викторович МИХЕЕВ, кандидат педагогических наук, ведущий научный сотрудник Института педагогических исследований одаренности детей Российской академии образования, г. Новосибирск; e-mail: edusoft@ngs.ru

О методологии и технологиях развития творческого мышления одаренных детей

Условием высокого уровня математического образования является возможность выбора индивидуальной траектории развития учащегося. Это требует, в свою очередь, постоянного внимания к содержанию школьного математического образования, в частности, к отработке вариативных компонентов образования.
Одаренным детям, являющимся интеллектуальным потенциалом страны, должны быть предоставлены такие условия обучения, в которых они могли бы полностью реализовать свои способности. Поэтому в школьное образование детей, одаренных в области математики, следует внедрять элементы исследовательской деятельности, моделируя ее на отдельных проблемах или задачах, находящихся на границе между школьной математикой и современной математической наукой. Указывается, что одним из важных элементов воспитания творческих способностей являются особые задачи, которые можно охарактеризовать как мини-исследования, работа учащегося над которыми становится процессом, приближенным к реальной исследовательской деятельности.
Решение задач с помощью разветвленных многовариантных тестов может оказаться одним из способов моделирования творческого процесса, который представляет собой многоуровневую структуру принятия решений. Использование многоуровневых тестов дает возможность создавать одновременно и обучающие, и контролирующие системы, позволяющие оценивать результаты учебной деятельности по нескольким уровням.

Ключевые слова: одаренные дети, творческие способности, исследовательская деятельность, вариативные компоненты образования, мини-исследования, многовариантные тесты, многоуровневые тесты, математика.

Рецензент:

В. Я. Синенко, доктор педагогических наук, профессор, академик Российской академии образования

Alexander A. NIKITIN, academician of the Russian Academy of Education, doctor of physical and mathematical sciences, professor, chief, laboratory of the Institute of Pedagogical Investigations of the Giftedness of Children of the Russian Academy of Education, Novosibirsk; e-mail: edusoft@ngs.ru

Alexander S. MARKOVICHEV, candidate of physical and mathematical sciences, leading researcher, Institute of Pedagogical Investigations of the Giftedness of Children of the Russian Academy of Science, Novosibirsk; e-mail: edusoft@ngs.ru

Yuriy V. MIKHEEV, candidate of pedagogical sciences, leading researcher, Institute of Pedagogical Investigations of the Giftedness of Children of the Russian Academy of Science, Novosibirsk; e-mail: edusoft@ngs.ru

On the Methodology and Technology of the Development of Creative Thinking of the Gifted Children

The condition for a high level of mathematical education is the possibility of choosing an individual trajectory for the development of a student. This, in turn, requires constant attention to the content of the school mathematical education, in particular, to working out the variative components of the education.

Gifted children who are the intellectual potential of the country should be provided with such learning conditions in which they can fully realize their abilities. Therefore, it is necessary to introduce elements of research activity in the school education of children gifted in the field of mathematics, modeling it on specific tasks or problems that are on the border between school mathematics and modern mathematical science. It is indicated that one of the important elements of education of creative abilities are special tasks that can be described as mini-studies, the student's work on which becomes a process close to real research activity.
Solving problems using multilevel tests based on the use of branched multivariable tests can be the result of one of the ways to model a creative process, which is a multi-level decision making. The use of multi-level tests allows to create at the same time and training, and control systems, allows you to evaluate the results of the learning activities at several levels.

Keywords: gifted children, creative abilities, research activities, variative components of education, mini-studies, multivariable tests, multi-level tests, mathematics.

Reviewer:
V. Ya. Sinenko, doctor of pedagogy, professor, academician of the Russian Academy of Education

Согласно Концепции развития математического образования в Российской Федерации, основное общее и среднее общее математическое образование должно предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования, и обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др. [2]. Как отмечено нами в статье «Школьная математика: проблемы и перспективы» [16], необходимым условием высокого уровня математического образования является разнообразие программ, учебников, дидактических материалов, создающих поле возможностей выбора индивидуальных траекторий развития учащихся и творческой реализации педагогов. Повышается важность проблемы формирования содержания школьного математического образования, особенно при обучении детей, одаренных в области математики и естественнонаучных дисциплин, с целью предоставить интеллектуальному потенциалу страны такие условия обучения, в которых они могли бы полностью реализовать свои способности. Тем самым актуализируется потребность в многоуровневых учебниках по математике, в выработке разноуровневых стандартов математического образования и в отработке вариативных компонентов школьного математического образования.

Ценность математики состоит не только в ее практических приложениях. Математика является также частью человеческой культуры. Всякому культурному человеку для понимания современного мира нужно быть знакомым с математическими понятиями, пусть даже на интуитивном уровне. Еще важнее умение правильно рассуждать, находить неоспоримые основания для своих выводов, быть знакомым с математическим типом мышления. Изучение математики приучает заботиться о смысле употребляемых слов, о точности выражения своих мыслей, дает осознание того, что есть базовые позиции, нарушение которых может привести к абсурду [16].

Обучение математики в первую очередь ставит перед собой цель научить правильно мыслить, делать верные умозаключения из имеющихся посылок и постоянно задумываться об обоснованности своих выводов. Следует согласиться с Н. Д. Кучугуровой, что «главной задачей обучения математике становится не изучение основ математической науки как таковой, а общее интеллектуальное развитие — формирование у учащихся в процессе изучения математики качеств мышления, необходимых для полноценного функционирования человека в современном обществе, для динамичной адаптации человека к этому обществу. Иначе говоря, обучение математике должно быть ориентировано не столько на собственно математическое образование в узком смысле слова, сколько на образование с помощью математики. Высокий уровень интеллектуального развития, и прежде всего таких его компонентов, как интеллектуальная восприимчивость, т. е. способность к усвоению новой информации, и интеллектуальная подвижность, гибкость мышления, является в современном обществе существенным условием относительно безболезненной адаптации человека к изменяющимся жизненным обстоятельствам» [3]. Решение творческих задач, имеющих исследовательский характер, заставляет экспериментировать, строить гипотезы, находить взаимосвязи между объектами и явлениями, искать способы решения, задумываясь о наиболее рациональных подходах, в наибольшей степени способствует развитию интеллекта учащихся (и учителей в том числе).

Вариативные составляющие математического образования позволяют одновременно решать и другую задачу современного школьного образования — развитие исследовательских навыков учащихся [4]. Повышение внимания к работе с одаренными детьми напрямую связано с выявлением различных форм поддержки и развития одаренных детей с той целью, чтобы они как можно раньше стали готовить себя к будущей профессиональной деятельности, чаще всего связанной с научной исследовательской работой. Поэтому в школьное образование детей, одаренных в области математики, следует внедрять элементы исследовательской деятельности, моделируя ее на отдельных проблемах или задачах, находящихся на границе между школьной математикой и современной математической наукой. Сделать это непросто, потому что те проблемы, которые стоят перед современными математиками, вряд ли доступны учащимся. Известно, что современная математика настолько продвинулась вперед, что даже математикам-профессионалам при переключении с одной тематики на другую нужны месяцы или годы на то, чтобы освоить особенности соответствующего используемого математического аппарата и выйти на уровень понимания стоящих в этом направлении проблем. Поэтому активизация исследовательской деятельности школьников состоит не в том, чтобы предлагать им решать «мировые проблемы», а в том, чтобы на примере модельных задач постепенно накапливать такие навыки исследователя, как анализ задачи, подбор необходимых источников и вспомогательных утверждений, вариативность направлений поиска решений задачи, полнота исследования, и т. д. Определение тематики для развития и активизации исследовательских навыков зачастую зависит от педагогов: это и учитель, работающий со школьником непосредственно в классе, и преподаватель элективного курса, и индивидуальный научный руководитель. Иногда активизации исследовательской деятельности способствует конкретная интересная и сложная задача, иногда — изучение определенной темы, иногда — литературные источники, такие как научно-популярный журнал «Квант», рассчитанный на школьников и студентов младших курсов.

При разработке вариативных компонентов школьного математического образования следует учитывать не ближайшие локальные цели учеников, а перспективы формирования творческой личности, проявляющей особый интерес к математике и стремящейся к профессиональному занятию математикой в будущем. По этим причинам при разработке вариативных компонентов следует учитывать фундаментальные составляющие математической науки [4].

Как справедливо указывает В. Я. Синенко, «…в современных социально-экономических условиях особенно актуальным является обеспечение таких качеств личности, как способность к творчеству, инициативность, самостоятельность в сочетании с высокими образованностью и воспитанностью. В связи с этим чрезвычайно важно исследование синтеза образовательных, развивающих и воспитательных возможностей каждого учебного предмета и путей их реализации. Естественные науки обладают громадными возможностями, как в образовательном, так и в воспитательном и развивающем личность аспектах в силу сочетания разнообразных методов познания — от логических, включая и методы формальной логики, до наблюдений, измерений, экспериментов, построения различных моделей, аналогий» [13].

Методологическая составляющая содержания образования приобретает существенное значение, обеспечивая важнейшие компоненты общей культуры мышления и формирование мировоззрения обучающихся. Учебный процесс возможно интенсифицировать за счет создания методических условий, обеспечивающих целенаправленное развитие и использование методологических знаний. Бесспорно, что «помимо создания адекватной современному состоянию науки мировоззрения, методология, воспринимаемая в практическом аспекте, дает набор приемов и способов того, как достичь желаемой практической цели и не погрешить против того, что мы считаем истинным знанием, актуализирует логическую структуру деятельности: субъект, объект, предмет, формы, средства, методы, результат деятельности, решение задач; временную структуру деятельности: фазы, стадии, этапы; технологию выполнения работ и решения задач: средства, методы, способы, приемы» [15].

Творческим, поисковым задачам при изучении математики, физики, химии, биологии посвящена обширная литература, отметим наиболее значимые для нас [12–14]. Проведение исследовательских работ в области естественных наук учащимися требует обычно больше усилий, больше подготовительных работ, чем в математике. Следует обратить внимание на дополнительно включаемые требования и затраты на подготовку к безопасности физического и химического эксперимента.

Развитие математического мышления у одаренных школьников — одна из наиболее распространенных тем в исследовательской литературе, большинство авторов сходится в том, что наиболее эффективным способом развития математического мышления является решение системы некоторых, специальным образом подобранных задач, имеющих преимущественно поисковый характер [1, с. 79–81].

Известно, что в профессиональной исследовательской деятельности возникающие задачи решаются далеко не сразу. Прежде чем появляется окончательный итог, приходится экспериментировать, делать те или иные попытки в различных направлениях, терпеть неудачи, и так до тех пор, пока не возникнет окончательное решение. Как правило, решение проблемы представляет собой многоступенчатое рассуждение, состоящее из нескольких элементов, и не ограничива-

ется применением какого-то одного соображения или единственного инструментария. Развитие и совершенствование методологии и технологий исследовательского подхода в изучении школьных предметов создает объективные предпосылки для совершенствования и интенсификации обучения молодежи в школе, так и для подготовки к продолжению обучения системе профессионального образования, как среднего, так и высшего. Достигается это далеко не сразу, и при непременном условии систематического включения в учебный процесс элементов творческой деятельности. Частично это может быть сделано на уроках, но при серьезном подходе к делу этого недостаточно. Как правило, мотивированные учащиеся могут с удовольствием заниматься дополнительной учебной работой и во внеурочное время, в том числе в домашних условиях.

В результате многолетнего опыта преподавания математики в физико-математической школе и Специализированном учебно-научном центре Новосибирского государственного университета (СУНЦ НГУ) установлено, что одним из важных элементов воспитания творческих способностей являются особые задачи, которые можно охарактеризовать как мини-исследования [8]. При этом можно выделить два основных направления по применению мини-исследований в учебном процессе.

Первым наиболее массовым направлением является формирование мини-исследований в виде задач, которые в значительной степени связаны с текущим изучаемым материалом по тематике, но для своего решения требуют рассмотрения различных возможностей и вариантов, поиска нескольких этапов логических рассуждений, основанных не только на текущем, но и на ранее изученном материале. Тем самым работа учащегося над мини-исследованием превращается в цельный процесс поиска решения поставленной задачи, приближенный к реальной исследовательской деятельности.

Для преподавателя поиск задач для мини-исследований также становится интересным творческим процессом. Дело в том, что в школьных учебниках по математике содержится относительно небольшое количество задач, подходящих для мини-исследований. Поэтому при желании сформировать новые проблемные задачи преподаватель вынужден обращаться к различным источникам, приспосабливать для мини-исследований отдельные части теоретического материала, уметь представлять решения в виде последовательности относительно простых и доступных для учащихся этапов, создавать задачи по аналогии с имеющимися и т. д. Хорошими источниками задач для мини-исследований могут служить раздел «Задачник Кванта» и раздел «Новые задачи» из журнала «Математика в школе».

В статье «Мини-исследования как элемент воспитания в системе профильного обучения учащихся» [8] мы выделяем несколько направлений, по которым целесообразно формировать задачи для мини-исследований, довольно тесно примыкающим к текущему учебному материалу: повторное решение с изменением параметров и начальных условий задачи (действия по аналогии); проведение рассуждений в измененной ситуации по схеме, аналогичной рассмотренной; самостоятельное получение некоторых теоретических результатов на основе предлагаемой схемы; построение схемы доказательств по аналогии с известными схемами (самостоятельный выбор одной из схем); обобщение задачи (исследование класса задач); выявление задач с интересными и неожиданными результатами (в частности, установление границ применимости теоретических результатов, построение контрпримеров и т. д.); эквивалентная замена задачи на последовательность, серию подзадач (упорядоченный перебор случаев); эквивалентное представление задачи в форме частного случая более широкой задачи (специализация задачи).

Особо следует выделить и еще одно направление применения мини-исследований в учебном процессе. Это направление наиболее приближено к исследовательской деятельности и заключается в формировании проблемных задач для индивидуальной работы с наиболее сильными учащимися. В таких задачах, как правило, предполагается значительная степень свободы в поиске подходов к решению, и возникают они «на стыке» между школьным курсом математики и достижениями математической науки в целом. Часть таких мини-исследований можно сформировать на основе результатов, которые были получены в древности или в средние века, другую часть — как некоторое продвижение в изучении элементов современной математики, представленных в действующих школьных программах по математике. В Специализированном учебно-научном центре НГУ и некоторых других учебных заведениях, где к преподаванию привлекаются научные сотрудники, отдельные мини-исследования могут формироваться как реализация фрагментов реальных научных исследований, которыми непосредственно занимается преподаватель или научный руководитель.

В настоящее время проходят апробацию мини-исследования, включенные в многоуровневые учебники по математике для 10 и 11 классов под редакцией академика РАН В. В. Козлова и академика РАО А. А. Никитина [6; 7]. Реализованы также попытки включения мини-исследований в учебный процесс 9 класса [5], правда, в заметно меньших масштабах, нежели в старших классах. Значительное количество новых мини-исследований по математике включены в подготавливаемую к печати монографию «Фундаментальные составляющие педагогического сопровождения и развития одаренных детей при использовании многоуровневых тестов».

Среди форм оперативного контроля усвоения учебного материала, особенно с помощью компьютера, широко распространено тестирование. Несомненным достоинством тестирования является быстрота и возможность автоматической обработки результатов.

Эта особенность тестирования способствовала также постепенному внедрению в систему общеобразовательного обучения страны итоговых государственных экзаменов: основного государственного экзамена (ОГЭ) на уровне среднего общего образования и единого государственного экзамена (ЕГЭ) на уровне среднего полного образования. С самого начала 2000-х годов в порядке эксперимента начали разрабатывать варианты ЕГЭ и проводить эти экзамены в разных школах России. При этом существенную часть вариантов составляли тесты, основанные на выборе одного ответа из числа приведенных возможных вариантов. Для многих учащихся подобные тесты оказались вполне посильными, поскольку за небольшое время они могли получить верный ответ и сопоставить его с приведенными вариантами. Для слабых учащихся возникала дополнительная возможность «погадать», т. е. выбрать какой-то из предлагаемых вариантов, не решая задачу. В частности, и по этой причине использование тестирования приобрело заметное число противников, особенно для целей итоговой аттестации.

Однако не следует отрицать то, что с помощью тестирования за сравнительно небольшое время можно получить первоначальные сведения о качестве усвоения учебного материала. При этом, за счет регулирования уровня сложности заданий, можно обеспечить учет уровня обучающихся. Важным представляется поиск таких подходов к тестированию, при которых одновременно удается реализовать как задачи контроля, так и задачи обучения.

Одним из таких подходов является применение многовариантных тестов [9], т. е. таких вопросов или задач, к которым, как и в тестах с однозначным выбором ответа, также предлагается несколько вариантов для выбора, но среди приведенных вариантов может быть как один, так и несколько верных, ответов, а может быть, и ни одного. Остальные добавляемые варианты, которых может и не быть, выполняют отвлекающую роль и представляют собой дистракторы (от англ. *distract* — отвлекать), т. е. неверные ответы.

Применение такой системы тестирования позволяет резко изменить отношение к выполняемой работе. Прежде всего, многовариантные тесты позволяют реализовать важную обучающую функцию. Дело в том, что при бездумном выборе вариантов ответов шансы получить за такую работу положительную оценку близки к нулю. Для качественной работы с такими тестами перед тем, как формировать ответ, практически всегда приходится вспоминать соответствующий теоретический материал и находить полное решение сформулированной задачи. После этого уже можно осмысливать каждый из предлагаемых вариантов, устанавливать связи и соответствия между ними и т. д. В результате приходится выполнять работу, аналогичную той, которую приходится выполнять при осознанном отношении к учению в любых других случаях. Таким образом, с одной стороны, использование многовариантных тестов предполагает проведение логического анализа предлагаемой задачи, получение ее решения и неоднозначного представления ответа, что необходимо не только в математике. С другой стороны, многовариантные тесты являются качественным материалом для организации контроля по усвоению учебного материала. Приведем примеры многовариантных тестов.

1. Какие из приведенных неравенств являются верными при всех x из промежутка $\left(\frac{1}{2}-0{,}1;\ \frac{1}{2}+0{,}1\right)$?

a) $\left|\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|<0{,}5$; b) $\left|\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|<0{,}6$;

c) $\left|\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|<0{,}7$; d) $\left|\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|<0{,}8$.

2. В каких случаях при всех значениях x из указанного множества выполняется неравенство $\left|x^2-4\right|<0{,}1$?

a) $|x-2|<0{,}02$; b) $|x-2|<0{,}04$;

c) $|x-2|<0{,}06$; d) $|x-2|<0{,}08$.

3. На сфере радиуса 5 выбраны точки A и B, расстояние между которыми равно 6. Каким может быть радиус окружности, получающейся при пересечении сферы с плоскостью, проходящей через точки A и B?

a) 2,5; b) 3,5; c) 4,5; d) 5,5.

4. Окружность радиуса 3 расположена на двух сферах с радиусами 5 и $3\sqrt{2}$. Каким может быть расстояние между центрами этих сфер?

a) 1; b) 3; c) 5; d) 7.

Приведем еще два примера многовариантных тестов, наглядно демонстрирующих полезность использования многовариантного тестирования для развития творческого мышления.

5. Какие значения может иметь предел последовательности с общим членом $x_n=\frac{a^n}{1+a^n}$ в зависимости от параметра a?

a) 0; b) 0,5; c) 1; d) не существует.

6. Три вершины параллелограмма находятся на расстояниях 1, 2, 3, от некоторой плоскости. Каким может быть расстояние от четвtртой вершины до этой плоскости?

a) 0; b) 2; c) 4; d) 6.

В тесте 5 нужно различить случаи, когда $a^n\to 0$, $a^n\to\infty$ (причем в каждом из этих случаев предел находится с помощью различных утверждений), не упустив варианты $a=1$ и $a=-1$. В итоге выбрать нужно все четыре варианта ответа. В тесте 6 сначала целесообразно рассмотреть случай, когда вершины параллелограмма находятся в одном полупространстве. Поскольку в параллелограмме диагонали в точке пересечения делятся пополам, для расстояний h_1, h_2, h_3, h_4 от соответствующих последовательно расположен-

ных вершин параллелограмма до плоскости выполняется соотношение $\frac{1}{2}(h_1+h_3)=\frac{1}{2}(h_2+h_4)$. Таким образом, $h_4=h_1-h_2+h_3$. Учитывая, что вершины могут находиться по разные стороны от плоскости, получим, что $h_4=|\pm h_1\pm h_2\pm h_3|$. Все четыре варианта ответа являются правильными: 0 = 1 – 3 + 2, 2 = 1 – 2 +3, 4 = 3 – 1 + 2, 6 = 1– (–3) + 2, причем первые три могут реализоваться в случае, когда данные три точки лежат по одну сторону от плоскости.

По отношению к контролирующей функции тестирования отметим, что использование многовариантных тестов позволяет значительно повысить достоверность оценки качества усвоения учебного материала, по сравнению с одновариантными тестами. Например, если в одновариантном тесте предлагается выбор из четырех вариантов, то при случайном выборе одного варианта вероятность угадать верный ответ равна 25 %. Однако если использовать многовариантные тесты, в которых также предлагается четыре варианта для выбора ответов, то вероятность угадать набор верных ответов уже меньше 7 %.

Структура многовариантных тестов позволяет более гибко подходить к принципам оценивания результатов работы, потому что кроме учета числа абсолютно правильно выполненных тестов можно по-разному подходить к оцениванию каждого из тестов. В частности, можно считать более грубой ошибкой включение неверных вариантов в число выбранных ответов, и менее грубой — пропуск какого-то одного верного варианта. Такой подход позволяет более объективно подходить к оценке качества усвоения изучаемого материала [11].

Более того, использование многовариантных тестов в целях обучения можно значительно расширить и вывести на качественно новый уровень на основе применения разветвленных многовариантных тестов. Достигается это за счет того, что предлагаемые варианты ответов могут сами по себе служить предпосылкой для создания новых встроенных тестов, связанных с каждым из вариантов в основном тесте. Многоуровневый тест можно представлять в виде дерева, на каждом из ветвлений которого возникает задача, напоминающая многовариантный тест. Дополнительные предлагаемые варианты для выбора в каждом случае формируются с той целью, чтобы тестируемый попытался подтвердить причины своего предыдущего выбора, указав из нового приведенного списка причины, по которым он сделал соответствующий выбор. На этом этапе к некоторым из новых вариантов выбора можно также добавлять новые встроенные тесты и т. д. Такой подход заставляет пользователя после каждого своего шага еще раз осмысливать свои предшествующие действия. Иногда в процессе этого анализа может выявиться, что принятое решение было неверным. Это позволит осознанно от него отказаться, и тем самым своевременно исправить свои предыдущие ошибочные действия.

Таким образом, с помощью многовариантных разветвленных тестов можно моделировать процесс мышления, присущий реальной исследовательской деятельности.

Приведем один пример, который имеет отношение к изучению логики предикатов.

Многоуровневый тест

Пусть $P(x)$ и $Q(x)$ два предиката заданные на одном множестве. Какие из приведенных ниже формул равносильны формуле $\neg(P(x)\wedge\neg Q(x))$?

1) $\neg P(x)\vee Q(x)$ (неверный);
2) $\neg P(x)\wedge Q(x)$ (верный);
3) $P(x)\to Q(x)$ (неверный);
4) $P(x)\to(\neg Q(x))$ (верный).

После выбора какого-то из вариантов появляется фраза: «По каким причинам вы выбрали этот вариант».

Далее происходит переход на встроенный тест, соответствующий выбранному варианту.

Встроенный тест при выборе варианта 1).

1.1. Есть формула $\neg(A\wedge B)=\neg A\vee\neg B$ (верный).

1.2. Есть формула $\neg(A\wedge B)=\neg A\wedge\neg B$ (неверный).

1.3. Таблицы истинности у формул $\neg(P(x)\wedge\neg Q(x))$ и $\neg P(x)\vee Q(x)$ одинаковы (верный).

1.4. Считаю свой выбор варианта 1) ошибочным (неверный).

Во встроенном тесте указываются все нужные варианты, при этом предусматривается возможность отказа от сделанного выбора.

После завершения выбора вариантов из числа 1.1. – 1.4. происходит переход к короткому меню из двух режимов:

– завершить работу над тестом;
– вернуться к формулировке теста.

Встроенный тест при выборе варианта 2.

2.1. Есть формула $\neg(A\wedge\neg B)=\neg A\wedge\neg B$ (неверный).

2.2. Есть формула $\neg(A\wedge B)=\neg A\vee B$ (неверный).

2.3. Таблицы истинности у формул $\neg(P(x)\wedge\neg Q(x))$ и $\neg P(x)\wedge Q(x)$ одинаковы (неверный).

2.4. Считаю свой выбор варианта 2) ошибочным (верный).

Во встроенном тесте указываются все нужные варианты, при этом предусматривается возможность отказа от сделанного выбора.

После завершения выбора вариантов из числа 2.1. – 2.4. происходит переход к короткому меню из двух режимов:

– завершить работу над тестом;
– вернуться к формулировке теста.

Встроенный тест при выборе варианта 3.

3.1. Есть формула $A\to B=\neg A\vee B$ (верный).

3.2. Есть формула $A\to B=A\wedge\neg B$ (неверный).

3.3. Таблицы истинности у формул $\neg\left(P(x) \wedge \neg Q(x)\right)$ и $P(x) \to Q(x)$ одинаковы (верный).

3.4. Считаю свой выбор варианта 3) ошибочным (неверный).

Во встроенном тесте указываются все нужные варианты, при этом предусматривается возможность отказа от сделанного выбора.

После завершения выбора вариантов из числа 3.1. – 3.4. происходит переход к короткому меню из двух режимов:

– завершить работу над тестом;

– вернуться к формулировке теста.

Встроенный тест при выборе варианта 4.

4.1. Есть формула $A \to B = A \vee \neg B$ (неверный).

4.2. Таблицы истинности у формул $\neg\left(P(x) \wedge \neg Q(x)\right)$ и $P(x) \to \neg Q(x)$ одинаковы (неверный).

4.3. Считаю свой выбор варианта 4) ошибочным (верный).

Во встроенном тесте указываются все нужные варианты, при этом предусматривается возможность отказа от сделанного выбора.

После завершения выбора вариантов из числа 4.1. – 4.3. происходит переход к короткому меню из двух режимов:

– завершить работу над тестом;

– вернуться к формулировке теста.

В случае, когда происходило обращение ко всем четырем встроенным тестам, происходит автоматический переход на завершение работы с тестом.

Каждый многовариантный разветвленный тест в некотором смысле можно считать мини-уроком. Работа с организованным в такой форме тестом является одновременно и обучающей, т. к. по ходу работы осуществляется всесторонний анализ проблемы с достаточно полным обоснованием своих действий, и контролирующей, т. к. итогом будет выбор вариантов ответов на поставленный вопрос.

В соответствии со структурой многовариантного разветвленного теста диагностику по результатам работы с ним можно осуществлять с учетом нескольких уровней контроля. Оценку окончательного ответа к тесту можно формировать по итогам работы над каждым из выбранных вариантов, каждый из которых приводится к многовариантному тесту. Внутри такого теста можно считать более грубой ошибкой включение неверных вариантов в число выбранных ответов, и менее грубой — пропуск какого-то одного верного варианта. С учетом этого по каждому из вариантов основного теста формируется некоторая оценка, после чего посредством некоторого усреднения этих промежуточных оценок выводится окончательный результат. Для реализации такого алгоритма оценивания заранее нужны некоторые априорные оценки по каждому из элементарных действий, предпринимаемых пользователем, что также является частью работы разработчиков многовариантных разветвленных тестов. Кроме этого нужны также алгоритмы, которые на основе априорных оценок по каждому из результатов работы над многовариантным разветвленным тестом выдают числовые характеристики глобального результата работы. Разработка таких алгоритмов является одной из теоретических составляющих как самостоятельное направление исследования.

В заключение отметим, что концепция создания многовариантных разветвленных тестов, которая была продемонстрирована на примере математики, может рассматриваться как составная часть общей познавательной системы, позволяющей моделировать процесс мышления, присущий исследовательской деятельности. С помощью многовариантных разветвленных тестов можно создавать одновременно обучающие и контролирующие системы, позволяющие оценивать результаты учебной деятельности по нескольким уровням изучения различных тем различных школьных предметов.

Список литературы

1. *Альминдеров, В. В. Интеллектуальная и творческая одаренность. Междисциплинарный подход : монография / В. В. Альминдеров, Гиза Тереза, Н. А. Завалко. — М. : Научный консультант, 2017. — 220 с.*

2. *Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс] // Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24.12.2013 № 2506-р. — URL: http://минобрнауки.рф/документы//3894 (дата обращения: 15.12.2018)/*

3. *Кучугурова, Н. Д. Инновационные подходы к развитию математического мышления / Н. Д. кучугурова // Педагогические заметки. — 2014. — Т. 7. — Вып. 2. — С. 33—40.*

4. *Марковичев, А. С. О вариативных компонентах школьного математического образования / А. С. Марковичев, Ю. В. Михеев, А. А. Никитин // Педагогические заметки. — 2013. — Т. 6. — Вып. 1. — С. 3—50.*

5. *Математика : алгебра и геометрия : учебник для 9 класса общеобразовательных организаций / [В. В. Козлов и др.] ; под ред. В. В. Козлова, А. А. Никитина. — М. : ООО «Русское слово — учебник», 2018. — 376 с.*

6. *Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия : учебник для 10 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углубленный уровни / [В. В. Козлов и др.] ; под ред. В. В. Козлова, А. А. Никитина. — М. : ООО «Русское слово — учебник», 2017. — 464 с.*

7. *Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия : учебник для 11 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углубленный уровни / [В. В. Козлов и др.] ; под ред. В. В. Козлова, А. А. Никитина. — М. : ООО «Русское слово — учебник», 2017. — 400 с.*

8. *Мини-исследования как элемент воспитания в системе профильного обучения учащихся / [А. А. Никитин и др.] // Вестник НГУ. Серия «Педагогика». — 2006. — Т. 7. — Вып. 1. — С. 29—36.*

9. Никитин, А. А. Новые формы применения тестирования в учебном процессе / А. А. Никитин, Ю. В. Михеев, М. Г. Пащенко // Педагогические заметки. — 2008. — Т. 1. — Вып. 1. — С. 17—23.

10. Никитин, А. А. Примеры оценивания результатов при многоуровневом тестировании / А. А. Никитин, А. С. Марковичев, Ю. В. Михеев // Сибирский учитель. — 2018. — № 6. — С. 5—13.

11. Никитин, А. А. Формы оценки результатов при многовариантном тестировании / А. А. Никитин, Ю. В. Михеев, А. С. Марковичев // Педагогические заметки. — 2015. — Т. 8. — Вып. 4. — С. 3—20.

12. Сенько, Ю. В. Формирование научного стиля мышления учащихся в процессе обучения (на материале физики, химии, биологии) : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Ю. В. Сенько. — М., 1986. — 32 с.

13. Синенко, В. Я. Методология применения современных технологий в учебно-познавательной деятельности учащихся при обучении естественным дисциплинам : монография / В. Я. Синенко. — Новосибирск : Изд-во ИПИО РАО, 2010. — 164 с.

14. Синенко, В. Я. Система школьного физического эксперимента : учебное пособие / В. Я. Синенко. — Новосибирск : Изд-во НИПКРО, 1993. — 116 с.

15. Шабанова, М. В. Методология учебного познания как цель изучения математики : монография /М. В. Шабанова. — Архангельск : Поморский государственный университет, 2004. — 402 с.

16. Школьная математика : проблемы и перспективы / [А. А. Никитин и др.] // Сибирский учитель. — 2016. — № 4. — С. 26—32.

Spisok literatury

1. Al'minderov, V. V. Intellektual'naya i tvorcheskaya odarennost'. Mezhdisciplinarnyj podhod : monografiya / V. V. Al'minderov, Giza Tereza, N. A. Zavalko. — M. : Nauchnyj konsul'tant, 2017. — 220 s.

2. Koncepciya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossijskoj Federacii [Ehlektronnyj resurs] // Rasporyazhenie Pravitel'stva Rossijskoj Federacii ot 24.12.2013 № 2506-r. — URL: http://minobrnauki.rf/dokumenty//3894 (data obrashcheniya: 15.12.2018)/

3. Kuchugurova, N. D. Innovacionnye podhody k razvitiyu matematicheskogo myshleniya / N. D. kuchugurova // Pedagogicheskie zametki. — 2014. — T. 7. — Vyp. 2. — S. 33—40.

4. Markovichev, A. S. O variativnyh komponentah shkol'nogo matematicheskogo obrazovaniya / A. S. Markovichev, Yu. V. Miheev, A. A. Nikitin // Pedagogicheskie zametki. — 2013. — T. 6. — Vyp. 1. — S. 3—50.

5. Matematika : algebra i geometriya : uchebnik dlya 9 klassa obshcheobrazovatel'nyh organizacij / [V. V. Kozlov i dr.] ; pod red. V. V. Kozlova, A. A. Nikitina. — M. : OOO «Russkoe slovo — uchebnik», 2018. — 376 s.

6. Matematika : algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya : uchebnik dlya 10 klassa obshcheobrazovatel'nyh organizacij. Bazovyj i uglublennyj urovni / [V. V. Kozlov i dr.] ; pod red. V. V. Kozlova, A. A. Nikitina. — M. : OOO «Russkoe slovo — uchebnik», 2017. — 464 s.

7. Matematika : algebra i nachala matematicheskogo analiza, geometriya : uchebnik dlya 11 klassa obshcheobrazovatel'nyh organizacij. Bazovyj i uglublennyj urovni / [V. V. Kozlov i dr.] ; pod red. V. V. Kozlova, A. A. Nikitina. — M. : OOO «Russkoe slovo — uchebnik», 2017. — 400 s.

8. Mini-issledovaniya kak ehlement vospitaniya v sisteme profil'nogo obucheniya uchashchihsya / [A. A. Nikitin i dr.] // Vestnik NGU. Seriya «Pedagogika». — 2006. — T. 7. — Vyp. 1. — S. 29—36.

9. Nikitin, A. A. Novye formy primeneniya testirovaniya v uchebnom processe / A. A. Nikitin, Yu. V. Miheev, M. G. Pashchenko // Pedagogicheskie zametki. — 2008. — T. 1. — Vyp. 1. — S. 17—23.

10. Nikitin, A. A. Primery ocenivaniya rezul'tatov pri mnogourovnevom testirovanii / A. A. Nikitin, A. S. Markovichev, Yu. V. Miheev // Sibirskij uchitel'. — 2018. — № 6. — S. 5—13.

11. Nikitin, A. A. Formy ocenki rezul'tatov pri mnogovariantnom testirovanii / A. A. Nikitin, Yu. V. Miheev, A. S. Markovichev // Pedagogicheskie zametki. — 2015. — T. 8. — Vyp. 4. — S. 3—20.

12. Sen'ko, Yu. V. Formirovanie nauchnogo stilya myshleniya uchashchihsya v processe obucheniya (na materiale fiziki, himii, biologii) : avtoref. dis. ... d-ra ped. nauk / Yu. V. Sen'ko. — M., 1986. — 32 s.

13. Sinenko, V. Ya. Metodologiya primeneniya sovremennyh tekhnologij v uchebno-poznavatel'noj deyatel'nosti uchashchihsya pri obuchenii estestvennym disciplinam : monografiya / V. Ya. Sinenko. — Novosibirsk : Izd-vo IPIO RAO, 2010. — 164 s.

14. Sinenko, V. Ya. Sistema shkol'nogo fizicheskogo ehksperimenta : uchebnoe posobie / V. Ya. Sinenko. — Novosibirsk : Izd-vo NIPKRO, 1993. — 116 s.

15. Shabanova, M. V. Metodologiya uchebnogo poznaniya kak cel' izucheniya matematiki : monografiya / M. V. Shabanova. — Arhangel'sk : Pomorskij gosudarstvennyj universitet, 2004. — 402 s.

16. Shkol'naya matematika : problemy i perspektivy / [A. A. Nikitin i dr.] // Sibirskij uchitel'. — 2016. — № 4. — S. 26—32.

АФОРИЗМ НОМЕРА

В педагогике, возведенной в степень искусства, как и во всяком другом искусстве, нельзя мерить действия всех деятелей по одной мерке, нельзя закабалить их в одну форму; но, с другой стороны, нельзя и допустить, чтобы эти действия были совершенно произвольны, неправильны и диаметрально противоположны.

Н. И. Пирогов